

# Analysis of Bounds for Lengths of Reductions in Typed $\lambda$ -calculus

Tigran M. Galoyan

Institue for Informatics and Automation Problems of NAS of RA  
e-mail: tigran.galoyan@gmail.com

## Abstract

We analyze bounds for the lengths of arbitrary reduction sequences of terms in typed  $\lambda$ -calculus, consider some estimates obtained by the other authors and compare these estimates. The cut elimination and normalization algorithms are also investigated in this paper. Thereafter we refine the estimates achieved in [3] (for pure implicational logic only) by supplement of  $\eta$ -conversion and then we extend evaluations to first-order logic.

## References

- [1] Baaz, M., Leitsch, A.: Cut-Elimination and Redundancy-Elimination by Resolution. Journal of Symbolic Computation, 29:149–176, 2000.
- [2] Beckmann, A., Weiermann, A.: Analyzing Gödel’s T via expanded head reduction trees. Mathematical Logics Quarterly, 46:517–536, 2000.
- [3] Beckmann, A.: Exact bounds for lengths of reductions in typed lambda-calculus. J. Symbolic Logic, 66:1277–1285, 2001.
- [4] Galoyan, T.: Strong normalization for first-order logic. Transactions of the Institute for Informatics and Automation Problems of the NAS of RA. Mathematical Problems of Computer Science 28, pp. 45–50, 2007.
- [5] Kleene, S.: Introduction to Metamathematics. D. van Nostrand, New York, 1952.
- [6] Schwichtenberg, H.: Normalization. In F.L. Bauer, editor, Logic, Algebra and Computation. Proceedings of the International Summer School Marktoberdorf, Germany, July 25 - August 6, 1989, Series F: Computer and Systems Sciences, Vol. 79, pages 201–237. NATO Advanced Study Institute, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1991.
- [7] Schwichtenberg, H.: An upper bound for reduction sequences in the typed lambda-calculus. Archive for Mathematical Logic, 30:405–408, 1991.
- [8] Schwichtenberg, H.: Proof theory. Lecture notes, Mathematisches Institut der Universität München, Germany, 1994.

**Ուղղություն հաջորդականությունների երկարության սահմանների  
վերլուծությունը տիպականացված  $\lambda$ -հաշվում**

S. S. Գալոյան

**Ամփոփում**

Աշխատանքում ուսումնասիրվում են ուղղություն հաջորդականությունների երկարության գնահատականները տիպականացված  $\lambda$ -հաշվի թերմերի համար: Դիտարկվում և համեմատվում են այլ հեղինակների կողմից տրված գնահատականները: Զեափոխվում է [3]-ում տրված գնահատականի ապացույցը (մաքուր իմպլիկացիոն տրամաբանության համար)` ընդգրկելով նաև  $\eta$ -ուղղությայի կանոնը: Այնուհետև ստացված արդյունքը ընդհանրացվում է առաջին կարգի տրամաբանության համար: Աշխատանքում հետազոտվում են նաև կրճատման գործողության արտաքսման և նորմալացման ալգորիթմները: