

# Necessary Conditions for Optimal Permissible Placement by the Height of the Transitive Directed Tree with One Root

Armen Khachaturyan

Yerevan State University  
e-mail: [khachaturyanarmen@gmail.com](mailto:khachaturyanarmen@gmail.com)

## Abstract

In the graph theory the problem of the minimum placement of graph by the height, which is similarly formulated in [2] (the problem of minimum cut arrangement of graph), is known. The problem is NP-complete [3]. In the present paper a partial case of this problem, i.e. the problem of optimal permissible placement by the height of the transitive directed tree with one root (which is a such transitive directed graph, the arc base of which forms a directed tree with one root), is formulated. In this paper some new concepts are introduced and necessary conditions for optimal solving of the new formulated problem are given.

**Keywords:** transitive directed graph, optimal placement.

## References

1. A. H. Khachaturyan, "The optimal permissible placement by the height of the transitive oriented tree containing one vertex of branching", *Mathematical Problems of Computer Science*, vol. 33, pp183-186, 2010.
2. M.R. Garey, D.S. Johnson, *Computers and intractability: A guide to the theory of NP-completeness*. San Francisco, CA: W.H. Freeman, 1979.
3. F. Gavril, "Some NP-complete problems on graphs," *Proc. 11<sup>th</sup> Conf. on Information Sciences and Systems, Johns Hopkins University, Baltimore, MD*, pp. 91-95, 1977.
4. M. R. Garey, R. L. Graham, D. S. Johnson and D. E. Knuth, "Complexity results for bandwidth minimization", *SIAM J. Appl. Math.*, vol. 34, pp. 477-495. 1978.
5. M. R. Garey, D. S. Johnson and L. Stockmeyer, "Some simplified NP-complete graph problems", *Theor. Comput. Sci.*, vol. 1, pp. 237-267. 1976.
6. Ch. H. Papadimitriou, "The NP-completeness of the bandwidth minimization problem", *Computing*, v. 16, pp. 263-270. 1976.
7. A.V. Petrosyan, S. E. Markosyan, Yu. H. Shukuryan, *Mathematical Problems of Automation and Projection of Calculating-Machine*. Yer., (in Russian). 1977.
8. G.G. Geoletsyan, "Flat placement of the vertices of tree with minimization of width", *DAN Arm. SSR*, issue 56, no. 4, pp. 202-207 (in Russian). 1973.
9. L. M. Goldberg and I. A. Klipker, "Minimum placement of trees on a line," *Technical Report, Physico-Technical Institute of Low Temperatures, Academy of Sciences of Ukraine SSR*, 1976.

10. Y. Shiloach, “A minimum linear arrangement algorithm for undirected trees” *Report, Dept. Of Applied Mathematics, Weizmann Institute, Rehovot, Israel.* 1976.
11. D. Adolphson and T.C. Hu, “Optimal linear ordering”, *SIAM J. Appl. Math.*, vol. 25, no. 3, pp. 403–423. 1973.
12. C. Berge, *The Theory of Graphs and Its Applications*. New York: Wiley, 1962.

**Մեկ արմատով փոխանցական կողմնորոշ ծառի ըստ բարձրության  
օպտիմալ թույլատրելի տեղադրության անհրաժեշտ պայմաններ**

**Ա. Խաչատրյան**

### **Ամփոփում**

Գրաֆների տեսության մեջ հայտնի է գրաֆի ըստ բարձրության օպտիմալ տեղադրման խնդիրը, որը համարժեք կերպով ձևակերպված է [2]-ում (գրաֆի մինիմալ կտրվածքով կարգավորման խնդիրը): Խնդիրը NP-դժվար է: Սույն աշխատանքում ձևակերպված է այս խնդրի մասնակի դեպքը՝ մեկ արմատով փոխանցական կողմնորոշ ծառի (դա այն փոխանցական կողմնորոշ գրաֆն է, որի աղեղների բազան կազմում է մեկ արմատով կողմնորոշ ծառ) ըստ բարձրության օպտիմալ թույլատրելի տեղադրման խնդիրը: Այս աշխատանքում ներկայացվել են որոշակի նոր հասկացություններ և տրվել ձևակերպված խնդրի օպտիմալ լուծման անհրաժեշտ պայմաններ:

**Необходимые условия оптимальной допустимой расстановки по  
высоте транзитивно ориентированного дерева с одним корнем**

**А. Хачатуян**

### **Аннотация**

В теории графов известна проблема минимальной расстановки графа по высоте, которая аналогично сформулирована в [2] (проблема упорядочивания графа с минимальным разрезом). Проблема NP-полна 3. В настоящей статье сформулирован частный случай этой проблемы: проблема оптимально допустимой расстановки по высоте транзитивно ориентированного дерева с одним корнем (это такой транзитивно ориентированный граф, база дуг которого составляет ориентированное дерево с одним корнем). В работе введены некоторые новые понятия и даны необходимые условия для оптимального решения сформулированной задачи.