

О существовании композиций для бесконечномерной вещественной знакопеременной квадратичной формы

А. А. Огникян

Ереванский государственный университет

Композиции конечномерных квадратичных форм над произвольными полями и соответствующие им нормированные алгебры хорошо известны [1]. Что касается бесконечномерных квадратичных форм, то известны лишь отдельные результаты. Известно [2], что не существует бесконечномерная вещественная нормированная алгебра с двухсторонней единицей. В статье [3] доказано существование бесконечномерной, полной, нормированной алгебры с левосторонней единицей, с левосторонним делением. В статье [4], как побочный результат, построена бесконечномерная нормированная алгебра для бесконечномерной положительно определенной квадратичной формы с левосторонней единицей и левосторонним делением, обладающая некоторыми дополнительными свойствами.

Бесконечномерная вещественная квадратичная форма $f(x) = \sum_{i=0}^{\infty} \alpha_i x_i^2$, $\alpha_n \neq 0$ называется знакопеременной формой, если количества положительных и отрицательных коэффициентов α_i бесконечны.

Теорема. *Бесконечномерная знакопеременная квадратичная форма f допускает композиции, причем такие, что соответствующие им нормированные алгебры обладают левосторонней единицей, а уравнение $ax = b$ имеет единственное решение для любых a, b , где $f(a) \neq 0$.*

Список литературы

[1] К.А. Жевлаков, А.М. Слинько, И.П. Шестаков, А.И. Ширшов. Кольца близкие к ассоциативным. Наука, М., 1978.

[2] I. Kaplansky. Infinite-dimensional quadratic forms admitting composition. Proc. Amer. Math. Soc. 4 (1953), 956-960.

[3] J.A. Cuenca. On-sided division infinite-dimensional normed real algebras. Publ. Math. 36 (1992), 485-488.

[4] А. А. Огникян. Комбинаторное построение касательных векторных полей на сферах. Мат. Зам., том 83, выпуск 4, 2008, стр. 590-605.