

## On Some Properties of Frege Proofs

Sona R. Aleksanyan and Anahit A. Chubaryan

Department of Applied Mathematics, State Engineering University of Armenia,  
Department of Informations and Applied Mathematics,  
Yerevan State University,  
e-mail: sonush@rambler.ru, achubaryan@ysu.am

### Abstract

In [4] a measure  $s$  on propositional formula was defined such that for every tautology  $\varphi$  "high" value of  $s(\varphi)$  requires the large size of proof in the "weak" propositional systems. In this paper it is shown, that there is a tautology  $\varphi$ , the measure  $s(\varphi)$  of which has exponential dependence on the size of  $\varphi$ , but its proof complexity in Frege systems is polynomially bounded.

### References

- [1] S. R. Buss, Polynomial size proofs of the propositional pigeonhole principle, *Journal of Symbolic Logic*, 52, 1987, 916–927.
- [2] A. A. Chubaryan, On the proof complexity in some system of classical propositional logic, *Izvestija NAN Armenii, Matematika*, Vol. 37, N 5, 1999, 16–26.
- [3] A. A. Chubaryan, On the complexity of proofs in Frege systems, *CSIT Conference, Yerevan*, 2001, 129–132.
- [4] A. A. Chubaryan, Relative efficiency of a proof system in classical propositional logic, *Izvestija NAN Armenii, Matematika*, Vol. 37, N 5, 2002, 71–84.
- [5] S. A. Cook, A. R. Reckhow, The relative efficiency of propositional proof systems, *Journal of Symbolic Logic*, 1979, 44, 36–50.
- [6] E. Mendelson, Introduction to Mathematical Logic, *D. Van Nostrand company, INC.*

### Ֆրեգեյի արտածումների մի հատկության մասին

Ս. Ռ. Ալեքսանյան և Անահիտ Ա. Չոբարյան

### Ամփոփում

Չոբարյանյուր  $\varphi$  նույնաբանության համար [4]-ում ներմուծվել է այնպիսի  $s(\varphi)$  մեծություն, որ  $s(\varphi)$ -ի "բարձր" արժեքի դեպքում  $\varphi$ -ի արտածման երկարությունը եթույլե համակարգերում նույնպես մեծ է: Մույն հոդվածում ցույց է տրվում, որ գոյություն ունի այնպիսի  $\varphi$  նույնաբանություն, որի համար  $s(\varphi)$ -ն ունի ցուցչային կախվածություն  $\varphi$ -ի երկարությունից, սակայն նրա արտածումը Ֆրեգեյի համակարգերում ունի բազմանդամային բարդություն: