

О стратификации множества отображений групп

Самвел Далалян

Ереванский государственный университет

Пусть A – группа с (мультипликативной) бинарной операцией $x \cdot y$, M – группа с бинарной операцией $[a, b]$. Упорядоченную пару из элементов a и b будем обозначать ab , а множество отображений из M в A – через $S(M, A)$.

Определение. Для произвольного $\varphi \in S(M, A)$ элемент $(a, b)_\varphi$ группы A однозначно определяем соотношением

$$\varphi([a, b]) = \varphi(a) \cdot \varphi(b) \cdot (a, b)_\varphi,$$

назовем *правым сомножителем отклонения отображения φ от гомоморфности в (или для) ab* . Отображение

$$\Lambda = \Lambda_\varphi: M \times M \rightarrow A, \quad ab \rightarrow (a, b)_\varphi$$

назовем *правым индикатором отклонения отображения φ от гомоморфности*.

Образ

$$\text{Im } \Lambda_\varphi = \{(a, b)_\varphi, a, b \in M\} := F_\varphi$$

назовем *правой системой факторов (= сомножителей)*, порожденную ею подгруппу H_φ группы A – *правой группой*, а порожденную F_φ (эквивалентно, H_φ) нормальную подгруппу N_φ группы A – *правым нормальным делителем, ассоциированными с правым индикатором отклонения отображения φ от гомоморфизма*.

Очевидно, отображение φ является гомоморфизмом тогда и только тогда, когда $F_\varphi = H_\varphi = N_\varphi = E - \{e\}$, где e – нейтральный элемент группы A .

Пусть F – некоторое подмножество группы A . Отображение $\varphi \in S(M, A)$ назовем *F-морфизмом*, если $F_\varphi = F$. Класс всех F -морфизмов из группы M в группу A обозначим через $[F]$. Множество всех классов $[F]$ задает стратификацию (разбиения на классы попарно непересекающихся подмножеств) множества $S(M, A)$

Аналогично определяются H -морфизмы и N -морфизмы из группы M в группу A и подмножества $[H]$, $[N] \subset S(M, A)$ для произвольных подгруппы H и, соответственно, нормального делителя N группы A , а также соответствующие стратификации.

Очевидно, для любого $\varphi \in S(M, A)$ имеем $[F_\varphi] \subset [H_\varphi] \subset [N_\varphi]$. Поэтому каждая следующая из полученных стратификаций доминирует над предыдущей. В работе дается внутреннее и внешнее описание стратов этих стратификаций.