

Interval Total Colorings of Certain Graphs

Petros A. Petrosyan

Institute for Informatics and Automation Problems of NAS of RA,
e-mail: pet_petros@{ipia.sci.am, yahoo.com}

Abstract

An interval total t -coloring of a graph G is a total coloring of G with colors $1, 2, \dots, t$ such that at least one vertex or edge of G is colored by i , $i = 1, 2, \dots, t$, and the edges incident with each vertex v together with v are colored by $(d_G(v) + 1)$ consecutive colors, where $d_G(v)$ is the degree of the vertex v in G . It is proved that complete graphs, complete bipartite graphs and n -dimensional cubes have interval total colorings and bounds are found for the possible number of colors in such colorings.

References

- [1] A.S. Asratian, T.M.J. Denley, R. Haggkvist, *Bipartite Graphs and Their Applications*, Cambridge Tracts in Mathematics, 131, Cambridge University Press, 1998.
- [2] A.S. Asratian, R.R. Kamalian, "Interval colorings of edges of a multigraph", *Appl. Math.* 5, pp. 25-34, 1987.
- [3] A.S. Asratian, R.R. Kamalian, "Investigation on interval edge-colorings of graphs", *Journal of Combin. Theory, Ser. B*, vol. 62, pp. 34-43, 1994.
- [4] M. Behzad, *Graphs and Their Chromatic Numbers*, Ph.D. thesis, Michigan State University, 1965.
- [5] M. Behzad, G. Chartrand, J.K. Cooper, "The colour numbers of complete graphs", *Journal of London Math. Soc.* 42, pp. 226-228, 1967.
- [6] O.V. Borodin, "On the total colouring of planar graphs", *J. Reine Angew. Math.* 394, pp. 180-185, 1989.
- [7] O.V. Borodin, A.V. Kostochka, D.R. Woodall, "Total colorings of planar graphs with large maximum degree", *Journal of Graph Theory* 26, pp. 53-59, 1997.
- [8] K.H. Chew, H.P. Yap, "Total chromatic number of complete r -partite graphs", *Journal of Graph Theory* 16, pp. 629-634, 1992.
- [9] T.R. Jensen, B.Toft, *Graph Coloring Problems*, Wiley Interscience Series in Discrete Mathematics and Optimization, 1995.
- [10] A.V. Kostochka, "The total coloring of a multigraphs with maximal degree 4", *Discrete Mathematics* 17, pp. 161-163, 1977.
- [11] A.V. Kostochka, "The total coloring of a multigraphs with maximal degree 5 is at most seven", *Discrete Mathematics* 162, pp. 199-214, 1996.
- [12] P.A. Petrosyan, "Interval edge colourings of complete graphs and n -cubes", *Mathematical Problems of Computer Science*, vol. 25, pp. 5-8, 2006.
- [13] M. Rosenfeld, "On the total coloring of certain graphs", *Israel J. Math.* 9, pp. 396-402, 1971.

- [14] D.P. Sanders, Y. Zhao, “On total 9-coloring planar graphs of maximum degree seven”, *Journal of Graph Theory* 31, pp. 67-73, 1999.
- [15] N. Vijayaditya, “On the total chromatic number of a graph”, *Journal of London Math. Soc. (2)* 3, pp. 405-408, 1971.
- [16] V.G. Vizing, “On an estimate of the chromatic class of a p -graph”, *Diskret. Analiz* 3, pp. 25-30, 1964.
- [17] D.B. West, Introduction to Graph Theory, Prentice-Hall, New Jersey, 1996.
- [18] H.P. Yap, Total Colorings of Graphs, Lecture Notes in Mathematics 1623, Springer-Verlag, Berlin, 1996.
- [19] Z. Zhang, J. Zhand, J. Wang, “The total chromatic numbers of some graphs”, *Scientia Sinica A* 31, pp. 1434-1441, 1988.

Որոշ գրաֆների միջակայքային լիակատար ներկումներ

Պ. Պետրոսյան

Ամփոփում

G գրաֆի լիակատար ներկումը $1, 2, \dots, t$ գույներով կանվանենք միջակայքային լիակատար t -ներկում, եթե ամեն մի i գույնով, $i = 1, 2, \dots, t$ ներկված է առնվազն մեկ գագաթ կամ կող և յուրաքանչյուր գագաթին կից կողերը և գագաթը ներկված են $(d_G(v) + 1)$ հաջորդական գույներով, որտեղ $d_G(v)$ - ով նշանակված է գագաթի աստիճանը G գրաֆում: Ապացուցված է, որ լրիվ գրաֆները, լրիվ երկկողմանի գրաֆները և չափանի խորանարդը ունեն միջակայքային լիակատար ներկումներ և գտնված են գնահատականներ այդ ներկումների մեջ մասնակցող գույների հնարավոր թվի համար: